EXERCICE N°1 : 6 points 30 '

Sur l'intervalle précisé, calculer une primitive des fonctions suivantes :

1) $f_1(x)=3-\frac{2}{x^2};I_1=]0;+\infty[$ $\quad f_2(x)=\frac{4}{3}x^3-2x^2-1;\ I_2=\mathbb{R}$

$f_3(x)=(4-3x)^7;\ I_3=\mathbb{R}$ $\quad f_4(x)=\frac{15}{(1+x)^{16}};I_4=]-1;+\infty[$

$f_5(x)=\frac{2x-1}{(x^2-x-6)^2};I_5=]-2;3[$ $\quad f_6(x)=(x+2)^2(x-1);I_6=\mathbb{R}$

$f_7(x)=\frac{1}{x^2}(1+\frac{1}{x})^4\ ;I_7=]0;+\infty[$ $\quad f_8(x)=\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}}\ ;I_8=]0;+\infty[$

2) $f_1(x)=\frac{\sin x}{1-\sin^2(x)};I_1=\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ $\quad f_2(x)=\frac{2x\sin(x)-x^2\cos(x)}{\sin^2(x)};I_2=\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$

$f_3(x)=tg^2(3x)+tg^4(3x);I_4=\left[0;\frac{\pi}{6}\right[$ $\quad f_4(x)=\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}\ ;I_4=]0;+\infty[$

$f_5(x)=x\cos(x)+\sin(x);I_5=\mathbb{R}$ $\quad f_6(x)=tg(x)+\frac{x}{\cos^2(x)};I_6=\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$

3) $f_1(x)=\frac{2x}{3\sqrt{x^2+1}};I_1=[0;1]$ $\quad f_2(x)=\frac{1}{\sqrt{4x-3}};I_2=]1;+\infty[$

$f_3(x)=\frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x^3-3x}};I_3=[2;+\infty[$ $\quad f_4(x)=\sqrt{1+x^2}+\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}};I_4=\mathbb{R}$

4) $f_1(x)=\frac{1}{1-\cos(x)};I_1=\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ $\quad f_2(x)=\frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}};I_2=]0;+\infty[$

EXERCICE N°2 : 3 points 15 '

1) Déterminer une primitive de f définie par $f(x)=|x|+|x-1|$ sur $\mathbb{R}$.

On présentera la primitive F telle que $F(\frac{1}{2})=1$.

2) Donner une primitive de la fonction f définie par $f(x)=x^2(x-1)^{2017}$.
(Montrer qu'il existe trois réels a, b et c tel que $x^2=a(x-1)^2+b(x-1)+c$)

Tous droits réservés © TakiAcademy.com

3) Donner une primitive de f sur $\mathbb{R}$:

a) f(x)= sin(2x)cos(3x)

b) f(x)= -cos(x)cos(5x)

EXERCICE N°3 : 5 points 30 '

Soit f la fonction définie sur $]-1;1[$ par $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

1) Prouver l'existence et l'unicité d'une primitive notée F de la fonction f, telle que F (0)=0.

2) Montrer que la fonction F est impaire.

3) Soit la fonction G : $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[\to \mathbb{R}; x \mapsto F(\sin x)$.

a) Montrer que G est dérivable sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ et déterminer G'(x).

b) En déduire que pour tout $x \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ G(x)=x.

c) Calculer F $(\frac{1}{2})$; F$(\frac{\sqrt{2}}{2})$ et F$(\frac{\sqrt{3}}{2})$.

4) Soit la fonction H(x)=F $(\frac{2\sqrt{x}}{1+x})$.

Montrer que H est dérivable sur $]0;1[$ et calculer H'(x).

EXERCICE N°4 : 5 points 30 '

Soit $f(x)=\frac{1}{1+x^2}; \forall x \in \mathbb{R}_+$.

1) Prouver l'existence et l'unicité d'une primitive F de f sur $\mathbb{R}_+$ qui s'annule en 0.

2) Soit G(x) = F(tgx), où $x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right[$.

a- Montrer que g est dérivable sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ et calculer G'(x).

b- En déduire que $\forall x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ G(x)=x. Calculer F$(\frac{\sqrt{3}}{3})$.

3) On pose pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, $H(x)=F(\frac{1}{1+x})+F(\frac{x}{2+x})$.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

a- Montrer que H est dérivable sur $\mathbb{R}_+$ et déterminer H'(x).

b- En déduire que : $F(\frac{1}{2}) + F(\frac{1}{3}) = \frac{\pi}{4}$.

EXERCICE N°5 : 5 points 25 '

Soit f la fonction définie sur $]0;1[$ par $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}$.

1) Montrer que f admet une primitive sur]0 ; 1[.

2) Soit F la primitive de f sur]0 ; 1[qui s'annule pour $x=\frac{1}{4}$ et $g(x)= F(\cos^2 x)$ où $x \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right[$.

a) Montrer que g est dérivable sur $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right[$ et déterminer g'(x).

b) Montrer que : $\forall x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right[$ $g(x)= -2x+\frac{2\pi}{3}$.

: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com